Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

8 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

1. Красная Шапочка решила сходить к бабушке, домик которой находился в 1 км ходьбы от ее дома. Волк ей в тот день не попался, поэтому туда и обратно она шла по одному и тому же маршруту. На горизонтальных участках ее скорость была 4 км/ч, в гору – 3 км/ч, а с горы – 6 км/ч. Сколько времени она была в пути?

2. Петя утверждает, что два спинера дороже пяти мороженых, Вася -- что три спинера дороже восьми мороженых. Известно, что прав из них только один. Верно ли, что 7 спинеров дороже 19 мороженых?

3. В выпуклом четырёхугольнике длины диагоналей 2 и 4 см. Найти площадь четырёхугольника, зная, что длины отрезков, соединяющих середины противоположных сторон, равны.

4. Три прямые, пересекаясь, образуют 12 углов, причем n из них оказались равными. Каково может быть максимальное значение n?

5. Рассмотрим четыре последовательных числа n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$. Для каких n НОК первых трех чисел больше, чем НОК последних трех?

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

8 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

1. Красная Шапочка решила сходить к бабушке, домик которой находился в 1 км ходьбы от ее дома. Волк ей в тот день не попался, поэтому туда и обратно она шла по одному и тому же маршруту. На горизонтальных участках ее скорость была 4 км/ч, в гору – 3 км/ч, а с горы – 6 км/ч. Сколько времени она была в пути?

2. Петя утверждает, что два спинера дороже пяти мороженых, Вася -- что три спинера дороже восьми мороженых. Известно, что прав из них только один. Верно ли, что 7 спинеров дороже 19 мороженых?

3. В выпуклом четырёхугольнике длины диагоналей 2 и 4 см. Найти площадь четырёхугольника, зная, что длины отрезков, соединяющих середины противоположных сторон, равны.

4. Три прямые, пересекаясь, образуют 12 углов, причем n из них оказались равными. Каково может быть максимальное значение n?

5. Рассмотрим четыре последовательных числа n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$. Для каких n НОК первых трех чисел больше, чем НОК последних трех?

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

9 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

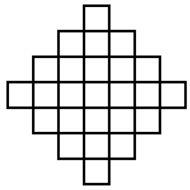
1. При каких p один из корней уравнения $x^2 + px + 18 = 0$ вдвое больше другого?

2. Известно, что число $a = \frac{x}{x^2-x+1}$ рационально. Доказать, что число $b = \frac{x^2}{x^4-x^2+1}$ также рационально.

3. Натуральное число n таково, что числа $2n + 1$ и $3n + 1$ являются квадратами. Может ли при этом число n быть простым?

4. Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC равен 108°. Докажите, что биссектриса угла A вдвое больше биссектрисы угла B.

5. а) Какое наибольшее количество неперекрывающихся полосок 1 × 3 можно уместить на салфетке, изображенной на рисунке? б) Какое наименьшее количество полосок 1 × 3 потребуется, чтобы покрыть салфетку целиком, если полоски могут перекрываться?



Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

9 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

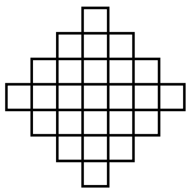
1. При каких p один из корней уравнения $x^2 + px + 18 = 0$ вдвое больше другого?

2. Известно, что число $a = \frac{x}{x^2-x+1}$ рационально. Доказать, что число $b = \frac{x^2}{x^4-x^2+1}$ также рационально.

3. Натуральное число n таково, что числа $2n + 1$ и $3n + 1$ являются квадратами. Может ли при этом число n быть простым?

4. Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC равен 108°. Докажите, что биссектриса угла A вдвое больше биссектрисы угла B.

5. а) Какое наибольшее количество неперекрывающихся полосок 1 × 3 можно уместить на салфетке, изображенной на рисунке? б) Какое наименьшее количество полосок 1 × 3 потребуется, чтобы покрыть салфетку целиком, если полоски могут перекрываться?



Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

10 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

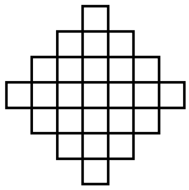
1. Известно, что $\sin(\alpha + \beta) = 0{,}2$ и $\cos(\alpha - \beta) = 0{,}3$. Вычислите $\sin(\alpha + 45°)\cdot\sin(\beta + 45°)$.

2. При каких q один из корней уравнения $x^2 - 12x + q = 0$ является квадратом другого?

3. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_{100}$ — некоторые числа, принадлежащие отрезку $[0; 1]$. Верно ли, что на этом отрезке найдётся такое число x, что $|x - x_1| + |x - x_2| + \ldots + |x - x_{100}| = 50$?

4. Две окружности, радиусы которых относятся как 2 : 3, касаются внутренним образом. Через центр меньшей окружности проведена прямая, перпендикулярная линии центров, из точек пересечения этой прямой с большей окружностью проведены касательные к меньшей окружности. Найти углы между этими касательными.

5. *а*) Какое наибольшее количество неперекрывающихся полосок 1×3 можно уместить на салфетке, изображенной на рисунке? б) Какое наименьшее количество полосок 1 × 3 потребуется, чтобы покрыть салфетку целиком, если полоски могут перекрываться?



Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

10 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

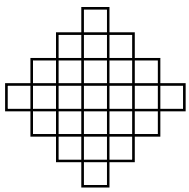
1. Известно, что $\sin(\alpha + \beta) = 0{,}2$ и $\cos(\alpha - \beta) = 0{,}3$. Вычислите $\sin(\alpha + 45°)\cdot\sin(\beta + 45°)$.

2. При каких q один из корней уравнения $x^2 - 12x + q = 0$ является квадратом другого?

3. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_{100}$ — некоторые числа, принадлежащие отрезку $[0; 1]$. Верно ли, что на этом отрезке найдётся такое число x, что $|x - x_1| + |x - x_2| + \ldots + |x - x_{100}| = 50$?

4. Две окружности, радиусы которых относятся как 2 : 3, касаются внутренним образом. Через центр меньшей окружности проведена прямая, перпендикулярная линии центров, из точек пересечения этой прямой с большей окружностью проведены касательные к меньшей окружности. Найти углы между этими касательными.

5. *а*) Какое наибольшее количество неперекрывающихся полосок 1×3 можно уместить на салфетке, изображенной на рисунке? б) Какое наименьшее количество полосок 1 × 3 потребуется, чтобы покрыть салфетку целиком, если полоски могут перекрываться?



Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

11 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

1. При каких p один из корней уравнения $x^2 – px + p = 0$ является квадратом другого? (считаем, что корни уравнения различны)

2. Петя нашёл сумму всех нечётных делителей некоторого чётного натурального числа n, а Вася – сумму всех его чётных делителей. Может ли произведение их результатов оказаться равным 2016? Если может, найдите все такие числа n.

3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны $AB = 2$, $AC = 3$, $AA_1 = 4$. Найти площадь сечения AMK, где M – середина BB_1 и K – середина DD_1.

4. Пусть $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ — некоторые числа, принадлежащие отрезку $[0; 1]$. Верно ли, что на этом отрезке найдётся такое число x, что $|x − x_1| + |x − x_2| + . . . + |x − x_{100}| = 50$?

5. На доске размером 10×10 стоят 10 небьющих друг друга ладей. Можно ли остальные клетки доски замостить доминошками? (Доминошка — прямоугольник размером 1×2 или 2×1.

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2017 год

11 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут). *Максимальный балл – 35*

1. При каких p один из корней уравнения $x^2 – px + p = 0$ является квадратом другого? (считаем, что корни уравнения различны)

2. Петя нашёл сумму всех нечётных делителей некоторого чётного натурального числа n, а Вася – сумму всех его чётных делителей. Может ли произведение их результатов оказаться равным 2016? Если может, найдите все такие числа n.

3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны $AB = 2$, $AC = 3$, $AA_1 = 4$. Найти площадь сечения AMK, где M – середина BB_1 и K – середина DD_1.

4. Пусть $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ — некоторые числа, принадлежащие отрезку $[0; 1]$. Верно ли, что на этом отрезке найдётся такое число x, что $|x − x_1| + |x − x_2| + . . . + |x − x_{100}| = 50$?

5. На доске размером 10×10 стоят 10 небьющих друг друга ладей. Можно ли остальные клетки доски замостить доминошками? (Доминошка — прямоугольник размером 1×2 или 2×1.